

ΠΕΙΡΑΜΑ ΙΙ

Μελέτη Ελεύθερης Πτώσης

Σκοπός πειράματος

Στο πείραμα αυτό θα μελετήσουμε την κίνηση ενός σώματος καθώς πέφτει ελεύθερα υπό την επίδραση του βάρους του. Πιο συγκεκριμένα θα επαληθεύσουμε τις εξισώσεις κίνησης και θα μετρήσουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας. Επιπλέον θα μελετήσουμε τη μεταβολή της κινητικής και δυναμικής ενέργειας του σώματος και θα εξετάσουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

Θεωρητικό υπόβαθρο

- Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση
- Νόμοι του Newton
- Εξισώσεις κίνησης (μεταβολή ταχύτητας και απόστασης συναρτήσει του χρόνου)

Για την κατανόηση και σωστή τέλεση του πειράματος θα πρέπει υποχρεωτικά να γνωρίζετε πριν κάνετε το πείραμα τη θεωρία που παρουσιάζεται στις ακόλουθες ενότητες του βιβλίου Φυσική των Serway & Jewett: **M2, M5, M7**.

Συνοπτική Θεωρία

Στην Κλασική Φυσική η κίνηση των σωμάτων περιγράφεται από τον Δεύτερο Νόμο του Newton σύμφωνα με τον οποίο η επιτάχυνση \vec{a} ενός σώματος είναι ανάλογη της δύναμης \vec{F} που του ασκείται, με σταθερά αναλογίας τη μάζα αδράνειας του σώματος:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Επομένως εάν σε ένα σώμα ασκείται δύναμη σταθερού μέτρου και φοράς τότε το σώμα θα κινείται ευθύγραμμο με σταθερή επιτάχυνση, δηλαδή θα εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση**.

Μια ειδική περίπτωση ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης είναι η **ελεύθερη πτώση**: δηλαδή η κίνηση που εκτελεί ένα σώμα το οποίο κινείται ελεύθερα υπό την επίδραση μόνο του βάρους του.

Από τον ορισμό της επιτάχυνσης έχουμε:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Επομένως ένα σώμα το οποίο κινείται με σταθερή επιτάχυνση θα κινείται με μεταβαλλόμενη ταχύτητα:

$$\vec{v} = \int \vec{a} dt \Rightarrow \vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0 \quad (1)$$

όπου \vec{v}_0 είναι η αρχική ταχύτητα που μπορεί να έχει το κινητό.

Αντίστοιχα από τον ορισμό της ταχύτητας έχουμε ότι $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$, επομένως η απομάκρυνση του κινητού από την αρχική θέση \vec{x}_0 θα δίνεται από τη σχέση

$$\vec{x} = \int \vec{v} dt = \int (\vec{a}t + \vec{v}_0) dt \Rightarrow \vec{x} = \frac{1}{2} \vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{x}_0 \quad (2)$$

Οι σχέσεις (1) και (2) αποτελούν τις βασικές εξισώσεις κίνησης στην περίπτωση της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης.

Προφανώς στην ελεύθερη πτώση θα ισχύουν οι ίδιες εξισώσεις, όμως η επιτάχυνση α θα ισούται με την επιτάχυνση της βαρύτητας στο αντίστοιχο σημείο της Γης. **Μια τυπική τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι 9.81m/sec².**

Δεδομένου ότι οι εξισώσεις κίνησης αναφέρονται σε διανυσματικά μεγέθη ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δοθεί στο γεγονός ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει πάντοτε κατεύθυνση προς το κέντρο της Γης.

Στόχος αυτού του πειράματος είναι να μελετήσουμε την κίνηση ενός σώματος που εκτελεί ελεύθερη πτώση, να επαληθεύσουμε τις παραπάνω εξισώσεις κίνησης και να μετρήσουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας στην περιοχή του Ηρακλείου. Η παραπάνω μελέτη θα γίνει μετρώντας την απομάκρυνση και την ταχύτητα σε διαφορετικά σημεία της τροχιάς ενός σώματος που εκτελεί ελεύθερη πτώση. Για τη μέτρηση της ταχύτητας ειδικότερα, παίρνουμε μετρήσεις της απόστασης Δx που διανύει το κινητό σε μικρά χρονικά διαστήματα Δt στο σημείο της τροχιάς που μας ενδιαφέρει.

Στη πράξη είναι αδύνατον να μετρήσουμε **τη στιγμιαία ταχύτητα** η οποία ορίζεται από το όριο

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

όπου Δx είναι η απόσταση που διανύει το κινητό σε χρόνο Δt .

Ο λόγος $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ορίζει **τη μέση ταχύτητα**, και είναι η μόνη εκτίμηση που μπορούμε να έχουμε για την ταχύτητα δεδομένου ότι οι μετρητικές διατάξεις μας έχουν πεπερασμένη ανάλυση στη μέτρηση του χρόνου. Καθώς η χρονική ανάλυση των μετρήσεων μας Δt τείνει στο 0, τότε και η μέση ταχύτητα που εκτιμούμε θα τείνει και αυτή στη στιγμιαία ταχύτητα.

Αποδεικνύεται ότι η μέση ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ισούται με τη στιγμιαία ταχύτητά του στο χρονικό μέσο του διαστήματος στο οποίο έγινε η μέτρηση.

Κατά την ελεύθερη πτώση του σώματος έχουμε μετατροπή της δυναμικής του ενέργειας σε κινητική ενέργεια. Η μεταβολή της δυναμικής του ενέργειας δίνεται από τη σχέση $\Delta E_{\Delta v} = mgs$ όπου m είναι η μάζα του σώματος, g η επιτάχυνση της βαρύτητας, και s η κατακόρυφη απόσταση που έχει διανύσει. Αντίστοιχα η κινητική του ενέργεια κάθε χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση $E_{Kiv} = \frac{1}{2}mv^2$ όπου v είναι η στιγμιαία ταχύτητά του.

Πειραματική διάταξη

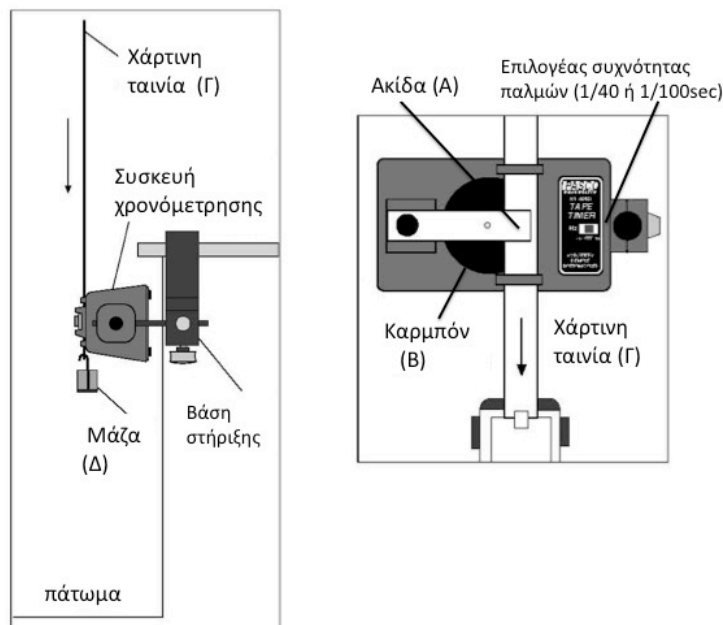
Σε αυτό το πείραμα θα χρησιμοποιήσουμε δυο διατάξεις:

Διάταξη Α

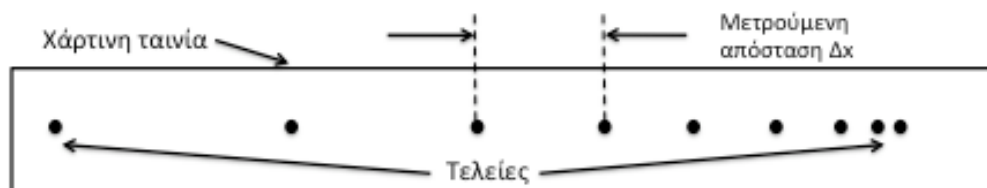
Η πρώτη διάταξη (Σχήμα 1) αποτελείται από έναν ηλεκτρομαγνήτη που τροφοδοτείται με ηλεκτρικούς παλμούς συχνότητας 40Hz ή 100Hz δηλ. περιόδου 1/40 ή 1/10sec. Ο ηλεκτρομαγνήτης έλκει μια ακίδα (Α) η οποία χτυπάει ένα φύλλο καρμπόν (Β) και αφήνει ένα στίγμα στη χάρτινη ταινία (Γ) που χρησιμοποιούμε για την καταγραφή της κίνησης.

Το σώμα που πέφτει (Δ) είναι προσαρμοσμένο στο κάτω μέρος της ταινίας. Κατά την πτώση του παρασύρει την ταινία, η οποία κινείται σε σχέση με την ακίδα (Α). Καθώς η ακίδα κινείται παλμικά, αφήνει πάνω στην ταινία περιοδικά στίγματα (Σχήμα 2) με σταθερή συχνότητα ν που καθορίζεται από τον επιλογέα συχνοτήτων. Η χρονική απόσταση των στιγμάτων θα είναι προφανώς $1/\nu$.

Επομένως μετρώντας την απόσταση μεταξύ των στιγμάτων και γνωρίζοντας τον χρόνο μεταξύ δύο στιγμάτων, μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση ταχύτητα του σώματος Δ σε κάθε ένα χρονικό διάστημα.



Σχήμα 1. Σχηματικό διάγραμμα της διάταξης για τη μελέτη της ελεύθερης πτώσης.

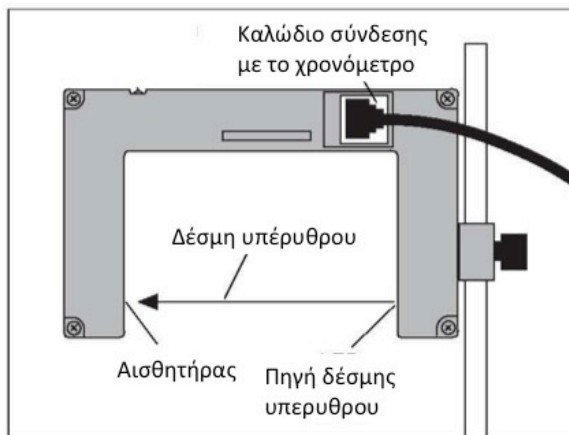


Σχήμα 2. Παράδειγμα μετρήσεων που λαμβάνουμε με την παραπάνω διάταξη. Το κάθε στίγμα (τελεία) αντιστοιχεί σε μία κρούση της ακίδας, και επομένως η χρονική τους απόσταση ισούται με την περίοδο των παλμών.

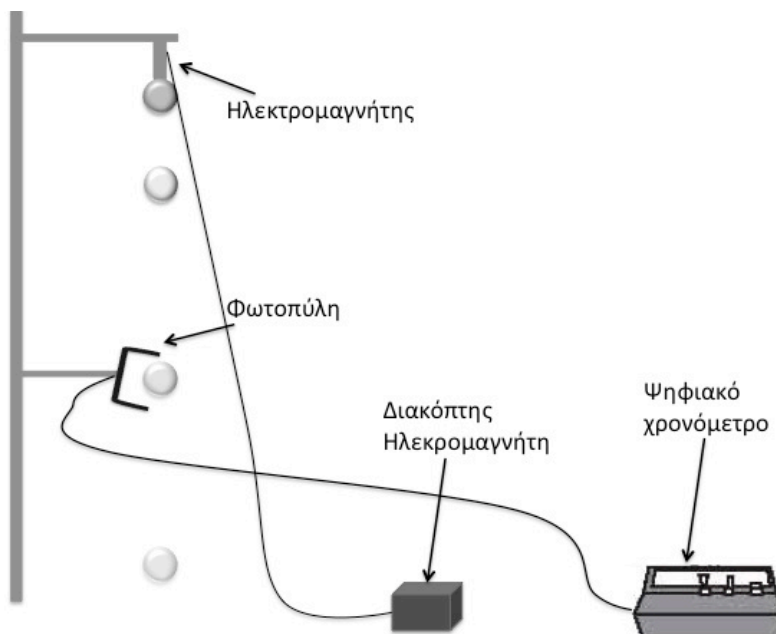
Διάταξη Β

Η δεύτερη διάταξη προσφέρει μετρήσεις μεγαλύτερης ακρίβειας καθώς αποτελείται από μία φωτοπύλη η οποία είναι συνδεδεμένη με ένα χρονόμετρο. Η φωτοπύλη αποτελείται από μία πηγή υπέρυθρης ακτινοβολίας και έναν αισθητήρα (φωτοδίοδο) τα οποία βρίσκονται σε οπτική επαφή. Όταν βρεθεί ένα αντικείμενο μεταξύ της πηγής και του αισθητήρα, ο αισθητήρας καταγράφει αυτό το γεγονός και ενεργοποιεί ένα ψηφιακό χρονόμετρο. Η χρονομέτρηση σταματά όταν αποκατασταθεί η οπτική επαφή μεταξύ της φωτεινής πηγής και του αισθητήρα. Με αυτό τον τρόπο μπορούμε να έχουμε πολύ ακριβείς μετρήσεις του χρόνου που κάνει ένα κινούμενο σώμα ώστε να διανύσει μια γνωστή απόσταση.

Το σώμα που εκτελεί ελεύθερη πτώση συγκρατείται από έναν ηλεκτρομαγνήτη ο οποίος βρίσκεται σε σταθερό ύψος. Με έναν διακόπτη ανοίγουμε το κύκλωμα και το σώμα ελευθερώνεται εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Κατά την πτώση του περνά από τη φωτοπύλη η οποία καταγράφει το χρόνο που απαιτείται ώστε να τη διασχίσει. Με αυτό τον τρόπο μπορούμε να μετρήσουμε την ταχύτητα του σώματος σε διαφορετικά σημεία της τροχιάς του.



Σχήμα 3. Σχηματικό διάγραμμα της φωτοπύλης.



Σχήμα 4. Σχηματικό διάγραμμα της πειραματικής διάταξης που χρησιμοποιείται στο Β' μέρος του πειράματος.

Πειραματική διαδικασία

Α' Μέρος

Στο πρώτο μέρος του πειράματος θα χρησιμοποιήσουμε την πρώτη πειραματική διάταξη προκειμένου να επαληθεύσουμε τις εξισώσεις κίνησης στην ελεύθερη πτώση και να μετρήσουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

1. Τοποθετούμε τη γεννήτρια παλμών στο υψηλότερο δυνατό σημείο του άξονα στήριξης. Προσέχουμε ώστε η γεννήτρια παλμών να βρίσκεται έξω από τον εργαστηριακό πάγκο ώστε το σώμα να μπορεί να πέσει ελεύθερα στο πάτωμα.
2. Στον επιλογέα συχνότητας παλμών επιλέγουμε περίοδο 1/40 sec.
3. Κόβουμε ένα κομμάτι χαρτοταινίας μήκους περίπου 1.2m.
4. Περνάμε ένα κομμάτι της ταινίας μήκους 10cm ανάμεσα από τους οδηγούς της γεννήτριας παλμών (Σχήμα 1) προσέχοντας να είναι μπροστά από το καρμπόν.
5. Προσαρμόζουμε στο κάτω μέρος αυτού του στελέχους μία μάζα βάρους περίπου 50gr.
6. Ενεργοποιούμε τη γεννήτρια παλμών και αφήνουμε τη μάζα να πέσει στο πάτωμα. Προσοχή: θα πρέπει η κίνηση της ταινίας να γίνεται ελεύθερα και χωρίς εμπόδια.
7. Όταν πέσει το σώμα στο έδαφος το απομακρύνουμε από την ταινία και απενεργοποιούμε τη γεννήτρια παλμών. Σε αυτό το σημείο έχουμε τα πειραματικά δεδομένα με τα οποία θα εργαστούμε σε αυτό το μέρος της άσκησης. Πάνω στην ταινία θα φαίνονται στίγματα που αντιστοιχούν σε διαδοχικά χρονικά διαστήματα 1/40 sec.
8. Αγνοούμε τα πρώτα 3 σημεία και αριθμούμε στη συνέχεια τα υπόλοιπα διαδοχικά σημεία.
9. Με έναν χάρακα μετράμε την απόσταση όλων των σημείων από το πρώτο σημείο που έχουμε ορίσει. Καταγράφουμε τις μετρήσεις μας σε έναν πίνακα της μορφής του Πίνακα 1. Σε κάθε μέτρηση να καταγράφετε και το αντίστοιχο σφάλμα.

Πίνακας 1

a/a	Απόσταση $x \pm \delta x$	Χρόνος μεταξύ διαδοχικών σημείων Δt	Απόσταση διαδοχικών σημείων $\Delta x \pm \delta(\Delta x)$	Μέση ταχύτητα $v \pm \delta v$	Χρόνος από την αρχή της κίνησης $t + \Delta t/2$
1			—	—	—
2					
...					

10. Καταγράφουμε στον Πίνακα 1 τη χρονική απόσταση μεταξύ διαδοχικών σημείων.
11. Στη συνέχεια υπολογίζουμε την απόσταση κάθε ζεύγους διαδοχικών σημείων (Σχήμα 2). Δεδομένου ότι η χρονική απόσταση μεταξύ διαδοχικών σημείων είναι $1/40$ sec, υπολογίζουμε τη μέση ταχύτητα (και αντίστοιχο σφάλμα) για κάθε ένα διάστημα διαδοχικών σημείων. Καταγράφουμε τους υπολογισμούς μας στις αντίστοιχες στήλες του Πίνακα 1.
(Σημειώστε ότι η μέση ταχύτητα στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ισούται με τη στιγμιαία ταχύτητα στο χρονικό μέσο του διαστήματος).
12. Υπολογίζουμε τη χρονική απόσταση του κάθε διαστήματος από την **αρχή καταγραφής της κίνησης** λαμβάνοντας υπ'όψιν την παρατήρηση ότι η μέση ταχύτητα στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ισούται με τη στιγμιαία ταχύτητα στο χρονικό μέσο του διαστήματος.
13. Κατασκευάζουμε το διάγραμμα $v - t$.
14. Τι μορφή έχει; Υπολογίζουμε την κλίση και τη διατομή της ευθείας (με τη μέθοδο των Ελαχίστων Τετραγώνων).
Ποιά είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας και η αρχική ταχύτητα με βάση αυτό το διάγραμμα; Να σχολιάσετε τα αποτελεσματά σας.

Β' Μέρος

Στο δεύτερο μέρος του πειράματος θα χρησιμοποιήσουμε την δεύτερη πειραματική διάταξη προκειμένου να επαληθεύσουμε τη σχέση που συνδέει την απομάκρυνση με την ταχύτητα στην ελεύθερη πτώση.

1. Να αποδείξετε ότι στην ελεύθερη πτώση η απομάκρυνση είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας του κινητού.
2. Σημειώνουμε το ύψος του κυλίνδρου που δίνεται στο εργαστήριο.
3. Μετράμε τη μάζα του κυλίνδρου με τον ηλεκτρονικό ζυγό.
4. Τοποθετούμε τον επιλογέα MODE του χρονομέτρου στη θέση GATE και τη χρονική ανάλυση στα 0.1 msec. Επίσης τοποθετούμε τον επιλογέα MEMORY στη θέση ON.
5. Τοποθετούμε τον κυλίνδρο στον ηλεκτρομαγνήτη, και τη φωτοπύλη σε κάποια απόσταση από τον κύλινδρο. Μετράμε την απόσταση s της φωτοπύλης από το κέντρο μάζας του κυλίνδρου. Για μεγαλύτερη ακρίβεια μετράμε την απόσταση από το άνω και κάτω μέρος της φωτοπύλης και παίρνουμε το μέσο όρο. Ελέγχουμε εάν η αρχή μέτρησης των αποστάσεων συμπίπτει με το κέντρο μάζας του κυλίνδρου. Εάν όχι μετράμε τη διαφορά και την καταγράφουμε.
6. Μηδενίζουμε την ένδειξη του χρονομέτρου.
7. Στη συνέχεια ανοίγοντας το κύκλωμα του ηλεκτρομαγνήτη αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει ελεύθερα. Καταγράφουμε την απόσταση της φωτοπύλης και το χρόνο στον ακόλουθο Πίνακα 5.

Πίνακας 5

a/a	Απόσταση $s \pm \delta s$	Χρόνος Δt	Μέση ταχύτητα $v \pm \delta v$

8. Σε αυτή τη λειτουργία το χρονόμετρο μας δίνει το χρόνο Δt για τον οποίο το σώμα βρίσκεται εντός της φωτοπύλης. Ο χρόνος αυτός θα ισούται με τον χρόνο που χρειάζεται ώστε ο κύλινδρος να διασχίσει τη φωτεινή δέσμη της φωτοπύλης. Επομένως γνωρίζοντας το ύψος του κυλίνδρου d και το χρόνο Δt μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση ταχύτητα του σε απόσταση s από το αρχικό σημείο της κίνησής του.
Υπολογίζουμε τη ταχύτητα v (και αντίστοιχο σφάλμα) στο σημείο μέτρησης και καταγράφουμε την τιμή της στον Πίνακα 5.

9. Επαναλαμβάνουμε τη μέτρηση 5 φορές για τη ίδια θέση του αισθητήρα προκειμένου να εκτιμήσουμε τα σφάλματα. Υπολογίζουμε τη μέση τιμή των ταχυτήτων \bar{v} καθώς και την τυπική τους απόκλιση ($\delta\bar{v}$) για κάθε θέση του αισθητήρα.
10. Επαναλαμβάνουμε τις μετρήσεις για 10 διαφορετικές θέσεις της φωτοπύλης σε σχέση με την αρχική θέση του κυλίνδρου και τις καταγράφουμε στον Πίνακα 5.
11. Υπολογίζουμε τη μέση τιμή των ταχυτήτων \bar{v} και την τυπική τους απόκλιση ($\delta\bar{v}$) για κάθε θέση του αισθητήρα (s), καθώς και το \bar{v}^2 με το αντίστοιχο σφάλμα, και τις καταγράφουμε στον ακόλουθο Πίνακα 6.

Πίνακας 6

a/a	Απόσταση $s \pm \delta s$	Μέση τιμή $\bar{v} \pm \delta\bar{v}$	$\bar{v}^2 \pm \delta\bar{v}^2$

12. Τέλος κατασκευάζουμε το διάγραμμα $s - v^2$, και με τη Μέθοδο των Ελαχίστων Τετραγώνων υπολογίζουμε τη διατομή και την κλίση της ευθείας.
13. Σε ποιά φυσικά μεγέθη αντιστοιχούν;
Ποιά είναι η τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας με βάση αυτή τη μέθοδο;
14. Να σχολιάσετε τα αποτελέσματά σας και να τα συγκρίνετε με τα αποτελέσματα από το Α' Μέρος της άσκησης.
15. Για κάθε απόσταση s να υπολογίσετε τη διαφορά της δυναμικής ενέργειας του σώματος από την αρχή της κίνησής του έως το σημείο που μετράμε την ταχύτητά του. Να καταγράψετε τα αποτελέσματά σας στο ακόλουθο Πίνακα.

Πίνακας 7

a/a	Απόσταση $s \pm \delta s$	Μέση τιμή $\bar{v} \pm \delta\bar{v}$	$\bar{v}^2 \pm \delta\bar{v}^2$	$E_{\text{Κινητική}} \pm \delta E_{\text{Κ}}$	$E_{\text{Δυναμική}} \pm \delta E_{\text{Δ}}$	$E_{\text{Μηχανική}} \pm \delta E_{\text{Μ}}$

16. Στη συνέχεια να υπολογίσετε την κινητική του ενέργεια, καθώς και τη συνολική μηχανική ενέργεια σε κάθε σημείο στο οποίο κάνατε μετρήσεις. Να καταγράψετε τα αποτελέσματά σας στον Πίνακα 7.
17. Να κάνετε ένα διάγραμμα της συνολικής ενέργειας του σώματος συναρτήσει της απόστασης που έχει διανύσει. Στο ίδιο διάγραμμα να αποτυπώσετε την δυναμική και την κινητική ενέργεια συναρτήσει της απόστασης που έχει διανύσει το κινητό.

18. Τι παρατηρείτε; Διατηρείται η Μηχανική Ενέργεια; Τι συμβαίνει στην Κινητική και Δυναμική ενέργεια της σφαίρας;

Ερωτήσεις

- 1) Γιατί μετράμε τις αποστάσεις των σημείων στην ταινία χαρτιού σε σχέση με το πρώτο σημείο και όχι απλά την απόσταση διαδοχικών σημείων;
- 2) Να αποδείξετε ότι η μέση ταχύτητα ισούται με τη στιγμιαία ταχύτητα στο χρονικό μέσο του διαστήματος.
- 3) Ποιοί πιστεύετε ότι είναι οι παράγοντες σφάλματος στο Β' μέρος της άσκησης;

Βιβλιογραφία

Serway R. A. & Jewett J.W., Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς, 8^η Έκδοση, Εκδόσεις Κλειδάριθμος.

Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model ME-9215B (PASCO, 012-06379B)

Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model ME-9283 (PASCO, 012-04944B 2/93)